

Die Burgkarte

Ein modernes Märchen, inspiriert durch die wunderbare Frau Dr. Mai Thi Nguyen-Kim,
von und © 2023 by Karl Kechele

Erstes Treffen: König und Berater

Es war einmal ein König und dieser König lädt einmal im Quartal seine Berater zu einer Besprechung in sein Arbeitszimmer ein. Auf einer dieser Besprechungen verkündet der König: „Nächstes Jahr haben wir unser 500-jähriges Burgjubiläum. Zu diesem Anlass möchte ich, dass meine Kartographen eine Karte der königlichen Burg erstellen!“

Zweites Treffen: König und Berater

Die Berater und die beiden Kartographen des Königs warten im Arbeitszimmer auf das Erscheinen des Königs. Die Kartographen nutzen die Wartezeit und zeigen dem wissenschaftlichen Berater des Königs einen ersten Entwurf einer Burgkarte: „Da habt ihr euch ja richtig viel Mühe gegeben. Sieht schön aus.“

Der König erscheint und eröffnet die Besprechung. Als die Burgkarte zur Sprache kommt wird die erstellte Burgkarte vorgezeigt. Der König schaut sich diese eine Weile an und bemerkt: „Da fehlen ja meine Rosen hinter dem Pferdestall! Gebt euch mehr Mühe, sonst suche ich mir andere, die das für mich machen!“

Der wissenschaftliche Berater ergänzt: „Wo doch jeder weiß, wie wichtig die Rosen für den König sind. Außerdem fehlen da auch die Burgmauern auf der Karte!“. Worauf der König entgegnet: „Die Burgmauern brauche ich nicht auf der Karte.“

Drittes Treffen: Kartographen

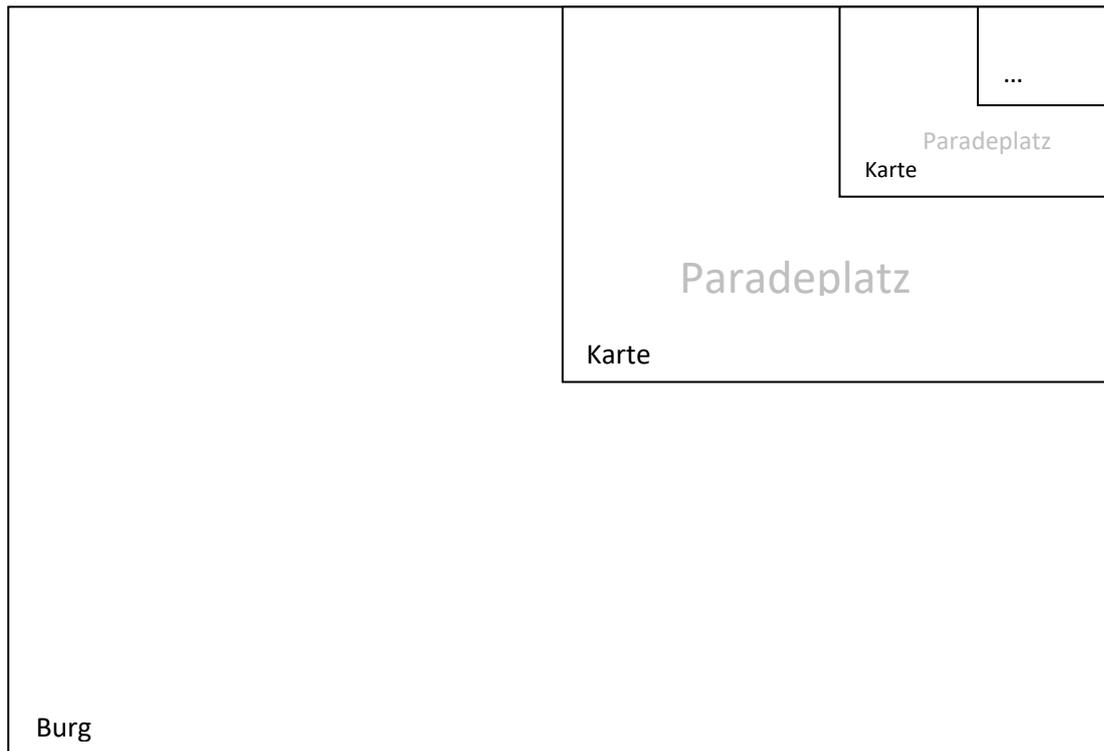
„Was sollen wir jetzt machen? Wir können doch nicht jedes Detail in die Karte aufnehmen.“ - „Ich habe da eine Idee: Meine Nichte, die Charlotte, kommt nächste Woche zu Besuch. Sie hat gerade ihr Studium beendet und möchte später mal am Königshof als Wissenschaftlerin arbeiten. Sie hat immer auf alles eine Antwort, meint mein Bruder.“ - „Ok. Wir treffen uns dann bei dir.“

Viertes Treffen: Kartographen und Charlotte

Die Kartographen berichten Charlotte von der letzten Besprechung beim König. Charlotte denkt eine Weile nach und erklärt: „Wir machen eine Karte im Maßstab 1:2. Größere Maßstäbe sind nicht üblich und kleinere womöglich nicht genau genug. Wo können wir die Karte auslegen? Vielleicht auf einem Feld außerhalb der Burg?“

„Auf gar keinen Fall außerhalb der Burg. Der König möchte die Karte beim Jubiläum auf der Burg präsentieren. Das Jubiläum soll auf der Burg gefeiert werden!“

„Dann haben wir aber ein kleines Problem: Wir müssen dann die Karte auch in die Karte einzeichnen. Und das immer wieder“. Charlotte verdeutlicht das mit einer Skizze:



„Das ist doch unmöglich mit allen Details zu zeichnen!“ meint der Onkel. „Und wo soll denn die Karte ausgelegt werden?“ – „Auf dem Paradeplatz. Der wird doch nur einmal im Jahr gebraucht. Die Karte wird dann solange eingerollt.“ – „Und wenn der König die Karte mitnehmen möchte?“ – „Wir zeichnen die 7. Verkleinerung noch einmal extra und liegen diese unter die große Karte, dann muss diese nicht in der Karte gezeichnet werden.“ - „Und wie machen wir das mit den Rosen? Die sehen doch jedes Mal anders aus!“

„Echt jetzt? Das mit den Rosen machen wir ganz einfach so:“



königliches Rosenfeld

„Darüber freut sich der König ganz bestimmt! Wichtig ist nur, dass die Rosen erwähnt werden. Und mit der Karte in der Karte habe ich auch schon eine Idee. In der Mathematik verwendet man Formeln, um bestimmte Beziehungen zu beschreiben. Wir schreiben auf die Karte:“

Für alle Punkte P' der Karte gilt: $P \in \text{Burg} \rightarrow P' \in \text{Karte}$ mit $P'(x/2, y/2) = P(x, y)$

„Diese Formel beschreibt eine Abbildung (\rightarrow) von den Punkten auf der Burg auf eine Karte, bei welcher jeder Punkt der Burg im Maßstab 1:2 in der Karte erscheint. Den Text schreiben wir in die untere rechte Ecke der Karte.“ - “Oh je. Nie und nimmer versteht der König, was das bedeuten soll!“ – „Das macht nichts. Das soll dann der wissenschaftliche Berater dem König erklären.“ – „Ob der das versteht?“ – „Wenn nicht, dann soll er einen besseren Vorschlag machen. Mach schon mal einen Termin mit dem wissenschaftlichen Berater.“

Fünftes Treffen: Kartographen, Charlotte und Berater

Charlotte stellt an der Tafel ihre Lösung vor. Der Berater schaut sich die Lösung lange an und meint: „Ich kann keinen Fehler erkennen! Meinetwegen könnt ihr die Karte so erstellen.“

Nachdem der Berater den Raum verlassen hat fragt der Onkel: „Bist du dir sicher, dass die Karte so korrekt ist?“ – „Ja. Ich habe die Lösung meinem ehemaligen Professor gezeigt und der fand sie super.“ – „Der König darf auf gar keinen Fall erfahren, dass wir die Karte nicht alleine gemacht haben!“ – „Ich komme nur als Besucher zum Jubiläum.“

Sechstes Treffen: Jubiläum auf der Burg

Nach dem offiziellen Empfang der Besucher wird die Karte vorgestellt. Nach einer genauen Begutachtung fragt der König, was denn die Formel am unteren Rand bedeuten soll. „Eure Hoheit, das kann Euch der königlich wissenschaftliche Berater erklären“ erklären die beiden Kartographen zeitgleich mit ängstlicher Stimme. „Wo ist der wissenschaftliche Berater? Gerade eben war er doch noch hier.“ Nachdem sich niemand meldet verlangt der König, man möge den wissenschaftlichen Berater sofort herbei holen. Kurze Zeit später meldet eine Torwache, der Berater habe die Burg schnellen Schrittes verlassen. Einen Grund hätte er dafür nicht genannt.

Da meldet sich Charlotte aus dem Besucherbereich: „Eure Hoheit, bitte entschuldigt meine direkte Ansprache, aber ich weiß, warum der Text da steht.“ Erbost erwidert der Zeremonienmeister: „**das ist laut Protokoll nicht erlaubt! Wache ...**“. Der König ergreift schnell das Wort: „**Einen Moment bitte.** Man lasse die junge Dame bitte gewähren. Offensichtlich weiß sie etwas, was für den König von besonderem Interesse ist und nur sie weiß!“

Charlotte erklärt: „Der Text auf der Karte steht da, weil an der gleichen Stelle in der Burg dieser Text auch steht!“ - „Das glaube ich jetzt nicht!“ – „Eure Hoheit, wenn Ihr erlauben würdet, würde ich Euch den Text in der Burg gerne zeigen.“ – „Bitte gehen Sie vor! Wir folgen Ihnen.“ Charlotte läuft in Richtung der südlichen Mauer los und der gesamte Hofstaat folgt ihr. An der Mauer angekommen steht da tatsächlich in leuchtend roter Farbe der Text aus der Karte. „Wie kommt den der Text dahin?“ fragt der König höchst erstaunt. „Der königliche Schlosser hat die Buchstaben in doppelter Größe aus Kupfer geformt und rot angemalt. Der königliche Gärtner hat dann den Text in der Erde verankert.“ – „Wer hat den Auftrag dazu gegeben?“ – „Das war ich“ erwidert Charlotte etwas kleinlaut. „Warum nur?“ fragt der König verblüfft. „*Damit es mit der Karte übereinstimmt!*“ antwortet Charlotte selbstsicher.

Der König gibt mit einem Zeichen zu verstehen, dass er jetzt etwas verkünden will. Sofort wird es ruhig und der König beginnt: „Ein großes Lob an die Kartographen und an die junge Dame, die wohl auch irgendwie darin verwickelt ist. Die Karte hat mir große Freude bereitet. Ich bin mir sicher, über die Karte wird man landesweit und darüber hinaus noch lange sprechen. Die junge Dame sei ab sofort ein willkommener Gast am königlichem Hof.“

Siebtens Treffen: Charlotte und der Berater

Nach zwei Tagen auf der Burg begibt sich Charlotte auf den Heimweg. Dort kommt ihr der königlich wissenschaftliche Berater entgegen. „Der König hat nach ihnen verlangt. Wo waren Sie?“ – „Ich habe eine Nachricht bekommen, mein Bruder hätte einen Jagdunfall erlitten und ich habe mich sofort auf die Reise dahin begeben.“ – „Die Wache hat aber zu dieser Zeit niemanden den Zutritt zur Burg gewährt.“ – „Jemand hat mir die Nachricht um einen Stein gewickelt über die Burgmauer geworfen.“ – „Wie geht es jetzt ihrem Bruder?“ – „Dem Bruder geht es gut, er hatte keinen Unfall; die Nachricht war falsch.“ – „Wo ist die Nachricht jetzt?“ – „Habe ich aus Wut weg geworfen!“

Charlotte zuckt mit den Schultern und möchte ihre Reise fortsetzen. Da ergreift der Berater das Wort: „So ganz stimmt die Karte wohl doch nicht. Irgendwann ist der Text wohl nicht mehr lesbar. Oder?“

- „Erstens: der Text ist auf der ganz großen Karte lesbar.

Zweitens: die Abbildungsvorschrift stellt sicher, dass ein Text auf der n -ten Verkleinerung auch in der $(n+1)$ -ten Verkleinerung auftaucht.

Somit taucht der Text sicher auf allen unendlich vielen Verkleinerung auf, auch wenn er irgendwann nicht mehr lesbar ist. Das nennt sich dann: ‚Beweis durch vollständige Induktion‘ -

„Was um Himmels Willen ist eine vollständige Induktion?“ – „Das ist nicht so wichtig oder googeln.“